



# Modélisation macroscopique du comportement mécanique des composites à matrice céramique

Christophe Dupin, Guillaume Couégnat, Gérald Camus

## ► To cite this version:

Christophe Dupin, Guillaume Couégnat, Gérald Camus. Modélisation macroscopique du comportement mécanique des composites à matrice céramique. 17èmes Journées Nationales sur les Composites (JNC17), Jun 2011, Poitiers-Futuroscope, France. pp.23. hal-00597887

**HAL Id: hal-00597887**

**<https://hal.science/hal-00597887>**

Submitted on 2 Jun 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **Modélisation macroscopique du comportement mécanique des composites à matrice céramique**

## ***Macroscopic modeling of the mechanical behavior of Ceramic Matrix Composites***

**Christophe Dupin, Guillaume Couégnat et Gérard Camus**

Laboratoire des Composites ThermoStructuraux (LCTS)  
Université Bordeaux 1 et CNRS ; SAFRAN-SPS ; CEA  
3 allée de la Boétie 33600 Pessac  
e-mail : {dupin, couegnat, camus}@lcts.u-bordeaux1.fr

### **Résumé**

Les composites à matrice céramique (CMC) sont, grâce à leurs bonnes propriétés thermomécaniques à haute température et à leur faible densité, des matériaux de choix pour des applications structurales. Cependant le manque relatif de confiance dans les modèles de comportement classique conduit à de forts surdimensionnements et à d'importants surcoûts expérimentaux de validation. L'amélioration des méthodes de dimensionnement des structures composites nécessite alors le développement de techniques de calculs et de lois de comportement plus adaptées à ce type de matériaux. Les objectifs du travail présenté ici sont i) l'étude de la loi de comportement SMDOC (Simulation of the Mechanical behavior of elastic-Damageable Orthotropic Composites), ii) l'application de ce modèle à un matériau CMC tissé multicouche à fibre de carbone et à matrice de SiC (dénommé 2,5D C/SiC) et iii) l'implantation de cette loi de comportement dans le code de calcul élément fini ZeBuLoN. Les comparaisons entre simulations et résultats expérimentaux ont permis de montrer que le modèle SMDOC était bien adapté pour décrire le comportement mécanique du matériau étudié.

### **Abstract**

Ceramic matrix composites (CMC) are, thanks to their good thermo-mechanical properties and their low density, candidate materials for advanced thermostructural applications. These materials exhibit a non linear mechanical behavior, referred to as elastic-damageable, which is usually not taken into account by structural design engineers. The main objectives of this work were i) the study of a specific constitutive law called SMDOC (Simulation of the Mechanical behavior of elastic-Damageable Orthotropic Composites), ii) the application of this model to a CVI-processed multilayered woven C/SiC composite (referred to as 2.5D C/SiC) and therefore the identification of the various parameters required by the model using mechanical tests and finally iii) the implementation of this constitutive law in a finite element code (ZeBuLoN). The SMDOC model proved to be well adapted in describing the mechanical behavior of the studied material, as evidenced by the various comparisons made between simulations and experimental results.

**Mots Clés :** Composites tissés, comportement non linéaire, identification, implémentation

**Keywords :** Woven composites, Non linear behaviour, identification, implementation

## 1. Introduction

Les composites à matrice céramique (CMC) sont, grâce à leurs bonnes propriétés thermomécaniques à haute température et à leur faible densité, des matériaux de choix pour des applications structurales. Cependant le manque relatif de confiance dans les modèles de comportement classique conduit à de forts surdimensionnements et à d'importants surcoûts expérimentaux de validation. L'amélioration des méthodes de dimensionnement des structures composites nécessite alors le développement de techniques de calculs et de lois de comportement plus adaptées à ce type de matériaux. L'objectif de ce travail est de proposer un modèle de comportement élastique-endommageable destiné aux matériaux composites orthotropes. Ce modèle est ensuite identifié pour un composite tissé C/SiC et appliqué à des cas tests de calcul de structure.

## 2. Comportement mécanique des CMC tissés

Le comportement mécanique des CMC tissés ainsi que les mécanismes de dégradation conduisant à leur rupture dépendent de nombreux paramètres comme la nature des constituants ou encore l'architecture de la préforme fibreuse. De nombreuses études ont été menées afin de caractériser le comportement mécanique des CMC [1-2]. Le comportement des CMC est souvent considéré comme initialement orthotrope. Il est orthotrope symétrique lorsque l'architecture du renfort tissé est équilibrée c'est-à-dire lorsque le comportement mécanique dans le sens chaîne et dans le sens trame sont équivalents. La figure 1 présente le comportement typique des matériaux composites à matrice céramique à température ambiante.

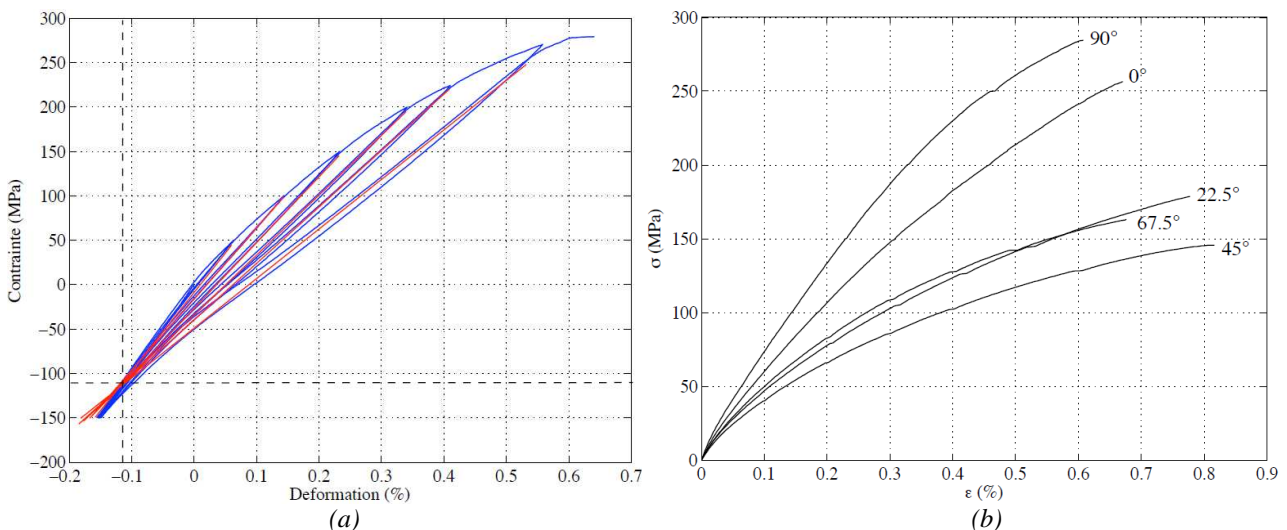


Fig. 1. Courbes contrainte/déformation d'un C/SiC à texture multicouche tissée :  
 (a) pour un essai de traction alternée avec passage en compression sens fibre ;  
 (b) pour des essais de tractions monotones dans différentes directions de chargement. [2]

Les cycles de charge-décharge permettent de mettre en évidence l'effet de l'endommagement matriciel sur le comportement élastique ainsi que la présence de déformations résiduelles. De plus, ces cycles de charge-décharge s'accompagnent de boucles d'hystérésis qui correspondent au frottement entre les lèvres des fissures matricielles créées au cours du chargement. Le comportement des CMC a également un caractère unilatéral : lors du passage en compression, le matériau retrouve ses propriétés élastiques initiales du fait de la refermeture des fissures matricielles. En conclusion, on peut considérer que les composites tissés à matrice céramique présentent un comportement anisotrope, non-linéaire, de type élastique endommageable.

### 3. Modèle de comportement pour les CMC tissés

Le modèle SMDOC (Simulation of the Mechanical behavior of elastic-Damageable Orthotropic Composites) proposé dans ce travail améliore un modèle de comportement précédemment développé au LCTS [3]. Pour les familles de matériau considérées, on fait l'hypothèse que l'orthotropie initiale est conservée en présence d'endommagement. Le tenseur des souplesses s'écrit alors, dans le repère matériau et sous forme matricielle :

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{pmatrix} \quad (\text{Eq. 1})$$

A endommagement constant, le comportement sera considéré comme élastique linéaire, c'est-à-dire que les boucles d'hystérésis liées aux divers frottements sont négligées. Le modèle initialement écrit en contrainte [3], est ici reformulé en déformation afin de faciliter son implémentation ultérieure dans un code éléments finis. On effectue alors classiquement une partition des déformations :

$\boldsymbol{\varepsilon}^e$  : Déformations élastiques

$\boldsymbol{\varepsilon}^r$  : Déformations résiduelles

$\boldsymbol{\varepsilon}^{th}$  : Déformations thermiques

$\boldsymbol{\alpha}$  : Tenseur de dilatation thermique

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^r + \boldsymbol{\varepsilon}^{th} \quad (\text{Eq. 2})$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{th} = \boldsymbol{\alpha}(T).(T - T_0) \quad (\text{Eq. 3})$$

Le modèle SMDOC s'inscrit dans le cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI) [4]. On introduit alors (i) un potentiel thermodynamique  $\psi_e$  qui définit les lois d'état et (ii) un potentiel de dissipation  $\psi_r$  qui fournit les lois complémentaires définissant les cinétiques d'endommagement. Le potentiel thermodynamique  $\psi_e$ , basé sur l'énergie libre de Gibbs est défini par :

$$\left\{ \psi_e = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} - \boldsymbol{\varepsilon}^r) : (\mathbf{C} - \hat{\mathbf{C}}) : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} - \boldsymbol{\varepsilon}^r) + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} - \boldsymbol{\varepsilon}^r) : \hat{\mathbf{C}} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} - \boldsymbol{\varepsilon}^r) \right. \quad (\text{Eq.4})$$

$$\text{avec } \begin{cases} \hat{\mathbf{C}} = \text{diag}(C_{11}, C_{22}, C_{33}, C_{44}, C_{55}, C_{66}) \\ \mathbf{C} = \mathbf{S}^{-1} : \text{Tenseur des rigidités} \end{cases}$$

L'endommagement du matériau est représenté par une variable tensorielle phénoménologique, choisie comme étant la variation du tenseur des souplesses de laquelle sont définies trois variables scalaires indépendantes :

$$\omega_i = \frac{\Delta S_{ii}}{S_{ii}^0} \quad \text{avec } i = 1, 2, 6 \quad (\text{Eq. 5})$$

On définit également les forces thermodynamiques  $Y_i$  associées aux variables d'endommagement. Pour prendre en compte les différences de comportement entre traction et compression dans les axes du renfort fibreux, on procède également à une partition en énergie :

$$Y_i = \left( \frac{\partial \psi_e}{\partial \omega_i} \right) \sigma_i \Rightarrow \begin{cases} Y_i^+ = \frac{S_{ii}^0 \langle \tilde{\sigma}_i \rangle^2}{2} \\ Y_i^- = \frac{S_{ii}^0 \langle -\tilde{\sigma}_i \rangle^2}{2} \\ Y_6 = \frac{S_{66}^0 \tilde{\sigma}_6^2}{2} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} i = 1, 2 \\ \tilde{\sigma} = (\mathbf{S}^0)^{-1} : \boldsymbol{\epsilon}^e \\ \langle x \rangle = \max(x, 0) \end{cases} \quad (\text{Eq. 6})$$

Le formalisme de la TPI suppose également l'existence d'un potentiel de dissipation décrit dans l'espace des forces thermodynamiques associées. On utilise alors un cadre associé qui définit des fonctions  $f_i(x)$  ( $i=1,2,6$ ) indicatrices du pseudo-potential de dissipation ; dans le cas présent ces fonctions peuvent être choisies sous la forme de sigmoïdes saturantes :

$$\omega_i = f_i \left( \langle \underline{Y_i^*} - Y_{0i} \rangle \right) \quad (\text{Eq. 7})$$

avec  $\begin{cases} i = 1, 2, 6 \\ Y_{0i} : \text{Seuils d'endommagement} \\ \underline{Y_i^*} : \text{Surfaces d'endommagement (voir Eq. 9)} \\ \underline{x(t)} = \text{Sup}_{t \leq \tau} (x(\tau)) \end{cases}$

Pour les matériaux ne présentant pas de comportement irréversible en compression dans les axes du renfort fibreux, les forces  $Y_{i=1,2}^+$  interviennent principalement dans les cinétiques d'endommagement. Afin de prendre en compte la possibilité d'un endommagement en compression avec une insensibilité du module axial et une sensibilité du module de cisaillement, on définit deux nouvelles forces couplant traction et compression :

$$\begin{cases} Z_1 = Y_1^+ + \chi_1 \cdot Y_1^- \\ Z_2 = Y_2^+ + \chi_2 \cdot Y_2^- \end{cases} \quad \chi_1, \chi_2 \text{ paramètres matériau adimensionnels} \quad (\text{Eq. 8})$$

Pour prendre en compte les interactions entre compression et cisaillement, on postule que c'est l'état de compression global qui "ralentit" le cisaillement. La force thermodynamique  $Y_6$  est alors remplacée par  $Z_6$ , définie de la façon suivante :

$$Z_6 = \langle Y_6 - \beta \tilde{\sigma}_H^2 \rangle \quad (\text{Eq. 9})$$

avec  $\begin{cases} \tilde{\sigma}_H = \langle -(\tilde{\sigma}_1 + \tilde{\sigma}_2) \rangle \\ \beta : \text{paramètre matériau ayant la dimension d'une souplesse} \end{cases}$

Pour rendre compte du caractère multiple et couplé des séquences d'endommagement des CMC, on définit des fonctions scalaires des forces thermodynamiques, homogènes à des surfaces d'endommagement :

$$\begin{cases} Y_1^* = \left[ \left( Y_1^{+n} + (g_{12}(\underline{Y}_2^+)Y_2^+)^n \right)^{\frac{m}{n}} + (g_{16}(\underline{Z}_6)Z_6)^m \right]^{\frac{1}{m}} \\ Y_2^* = \left[ \left( Y_2^{+n} + (g_{21}(\underline{Y}_1^+)Y_1^+)^n \right)^{\frac{m}{n}} + (g_{26}(\underline{Z}_6)Z_6)^m \right] \\ Y_6^* = \left[ Z_6^m + \left( (g_{61}(\underline{Z}_1^+)Z_1^+)^n + (g_{62}(\underline{Z}_2^+)Z_2^+)^n \right)^{\frac{m}{n}} \right]^{\frac{1}{m}} \end{cases} \quad (\text{Eq. 10})$$

Les  $g_{ij}$  sont des fonctions scalaires à valeurs positives permettant de régler les couplages entre les variables d'endommagement. La prise en compte des contraintes seuils de refermeture en compression  $(\sigma_{1d}, \sigma_{2d}, \sigma_{6d})$  nécessite de définir des  $\hat{\sigma}_i$  comme suivant :

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_1 = \tilde{\sigma}_1 - \sigma_{1d} \\ \hat{\sigma}_2 = \tilde{\sigma}_2 - \sigma_{2d} \end{cases} \quad (\text{Eq. 11})$$

La contrainte de désactivation en cisaillement  $\hat{\sigma}_6$  est directement établie à partir de  $Z_6$ . Les fissures de cisaillement sont désactivées lorsque  $Z_6 = 0$ , c'est-à-dire lorsque  $Y_6 - \beta\tilde{\sigma}_H^2$  change de signe, soit :

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_6 = |\tilde{\sigma}_6| - \frac{2\beta\tilde{\sigma}_H^2}{S_{66}^0|\tilde{\sigma}_6|} & \text{si } \tilde{\sigma}_6 \neq 0 \\ \hat{\sigma}_6 = -\beta\tilde{\sigma}_H & \text{si } \tilde{\sigma}_6 = 0 \end{cases} \quad (\text{Eq. 12})$$

Le seuil de désactivation en cisaillement,  $\sigma_{6d}$ , n'est pas une constante. Il correspond à la valeur prise par  $\tilde{\sigma}_6$  lorsque  $\hat{\sigma}_6$  change de signe.

Afin de prendre en compte l'endommagement, on définit les coefficients de la matrice de souplesse endommagée de la façon suivante :

$$\begin{cases} S_{ii} = S_{ii}^0(1 + \omega_i + \omega_i^0) \\ S_{12} = S_{12}^0(1 + 0.5[f_{12}(\langle \underline{Y}_2^+ - Y_{02} \rangle) + f_{21}(\langle \underline{Y}_1^+ - Y_{01} \rangle)]) \end{cases} \quad (\text{Eq. 13})$$

avec  $i = 1, 2, 6$

*Remarque : les fonctions  $f_{12}$  et  $f_{21}$  retranscrivent le comportement non linéaire transverse.*

D'un point de vue physique, les déformations résiduelles correspondent à la refermeture incomplète des fissures matricielles. Elles sont liées à :

- i) la relaxation des contraintes résiduelles d'origine thermique
- ii) au champ de contraintes auto-équilibré créé par la présence de fissures
- iii) aux frottements irréversibles présents au sein du matériau

Les déformations résiduelles sont la conséquence directe de l'endommagement.

Il existe plusieurs méthodes pour modéliser les déformations résiduelles : (i) soit en considérant les déformations résiduelles linéaires à l'endommagement, (ii) soit en modélisant les déformations résiduelles par un formalisme plastique. En effet, dans le cas de points de concours bien établis, par un simple raisonnement géométrique on peut alors déduire les déformations résiduelles sous la forme suivante :

$$\dot{\epsilon}_i^r = \delta_i \cdot \dot{\omega}_i \approx -\text{signe}(\tilde{\sigma}_i) S_{ii}^0 \sigma_{id} \dot{\omega}_i \quad \text{avec } i=1,2,6 \quad (\text{Eq. 14})$$

On choisit d'écrire les déformations résiduelles sous forme incrémentale afin de ne pas générer de futures discontinuités lors de la prise en compte de chargements alternés.

Enfin, on définit la loi de comportement reliant le tenseur des contraintes,  $\sigma$ , aux tenseurs de rigidités endommagées,  $C$ , et de déformations élastiques,  $\epsilon^e$ , ainsi qu'une partie  $\sigma^s$  correspondante aux contraintes stockées dues à la refermeture des fissures en compression :

$$\sigma^s = \begin{pmatrix} (Q_1(\hat{\sigma}_1) - 1) \Delta C_{11} (S_{11}^0 \sigma_{1d} + S_{12}^0 \sigma_{2d}) \\ (Q_2(\hat{\sigma}_2) - 1) \Delta C_{22} (S_{12}^0 \sigma_{1d} + S_{22}^0 \sigma_{2d}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ (Q_6(\hat{\sigma}_6) - 1) \Delta C_{66} S_{66}^0 \sigma_{6d} \end{pmatrix} \quad \text{et } Q_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0 \\ \eta_i & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{Eq. 15})$$

( $0 \leq \eta_i \leq 1$ , taux de fissures non désactivées : pour les C/C la désactivation n'est pas toujours totale)

$$\sigma = C \cdot \epsilon^e + \sigma^s \quad (\text{Eq. 16})$$

La prise en compte de la compression et de chargements alternés induit essentiellement des difficultés d'écriture mais nécessite peu de paramètres et fonctions matériau supplémentaires. Le nombre total de paramètres et fonctions matériau peut sembler élevé (22 constantes et 11 fonctions) mais il faut toutefois garder en tête que ce n'est pas ce nombre qui crée la difficulté mais leur identification. De fait, la principale difficulté reste liée à l'identification des termes de couplage, fonctions et exposants, à partir d'un panel d'essais restreint.

#### 4. Identification du modèle de comportement

L'identification réalisée ici repose sur les résultats de la campagne expérimentale de caractérisation à température ambiante d'un matériau CMC tissé multicouche à fibre de carbone et à matrice de SiC réalisée au LCTS [2]. Etant donné le nombre élevé de coefficients, leur identification a nécessité une certaine démarche afin de conserver une approche mécanique et phénoménologique du problème. La détermination des paramètres élastiques s'est faite de manière classique à partir des courbes expérimentales avant qu'elles n'atteignent leur seuil d'endommagement. La détermination des coefficients des cinétiques d'endommagement, des déformations résiduelles s'appuie sur les essais de traction cyclée à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$ . Les essais de traction et/ou compression cyclés/alternés à  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $22.5^\circ$  et  $67.5^\circ$  ont permis d'ajuster au mieux l'ensemble des paramètres du modèle, notamment les cinétiques d'endommagement à  $45^\circ$  ainsi que les fonctions de couplage en utilisant de manière itérative un algorithme d'optimisation [5], basé sur la minimisation d'une fonctionnelle d'erreur. La figure suivante (Fig. 2) illustre la bonne corrélation entre le modèle et la réponse expérimentale [6].

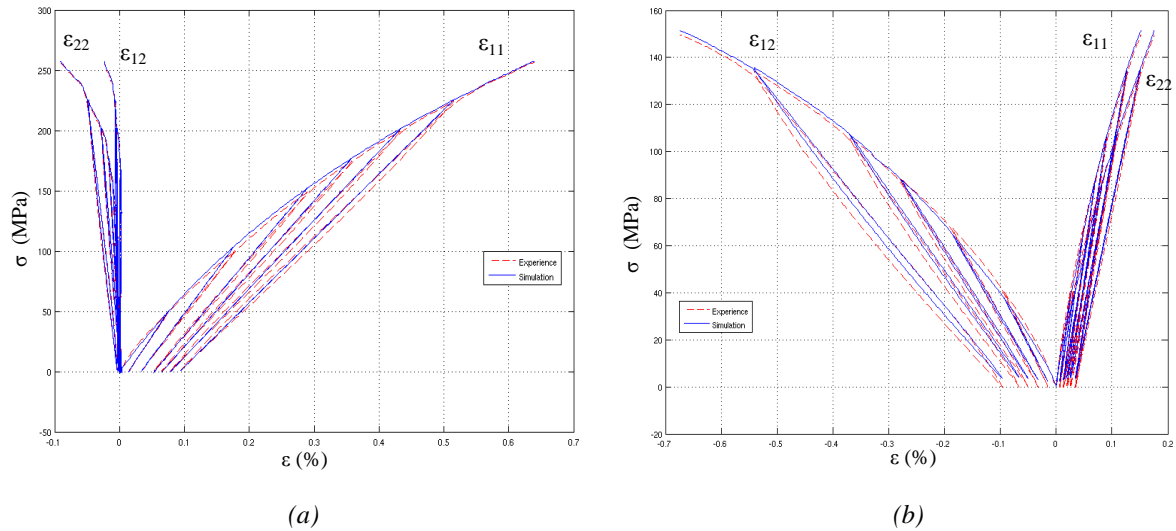


Fig. 2. Comparaison expérience/simulation pour un essai de traction cyclé sur le matériau C/SiC à texture multicouche tissée dans le sens chaîne (a) et à 45° (b)

## 5. Implémentation et validation du modèle de comportement

Le modèle SMDOC a été implémenté dans le code de calcul ZéBuLoN selon une démarche progressive qui inclut : (i) la définition des algorithmes de résolution des lois de comportement, (ii) la vérification des résultats de simulation pour différents chargement sur un point de Gauss, (iii) des calculs Eléments Finis sur éprouvette homogène pour s'assurer de la bonne mise en œuvre du modèle dans le calcul de structure. Enfin, une application du modèle SMDOC dans un calcul de structure a été effectuée. Le cas test examiné est un essai de traction dans le sens chaîne (à 0°) sur une éprouvette comportant deux entailles décalées.

Les résultats des simulations montrent une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et le modèle SMDOC en terme de réponse globale de la structure (voir Fig. 3).

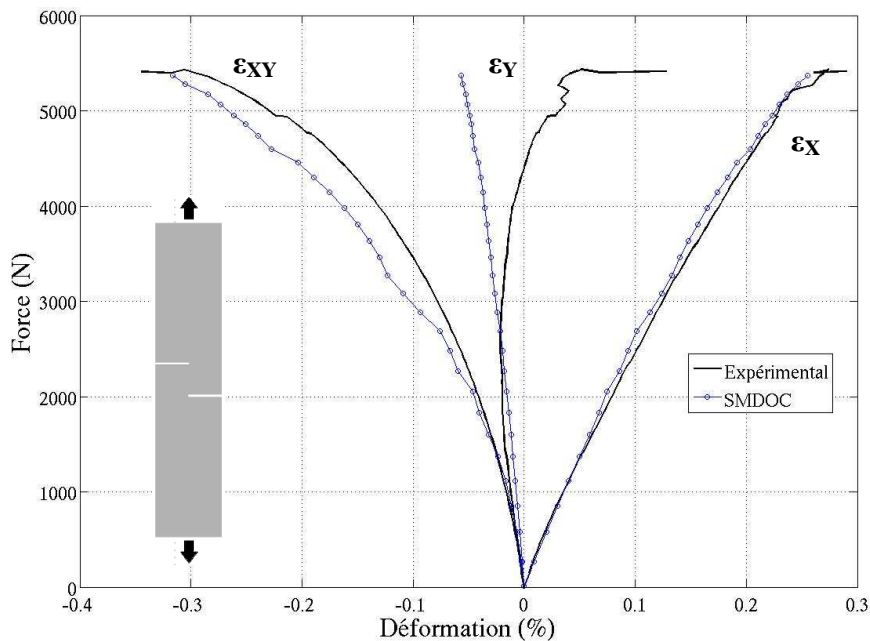


Fig. 3. Comparaison des courbes force/déformation expérimentales et simulées avec le modèle SMDOC pour un essai de traction sur éprouvette à double entaille décalée pour le matériau C/SiC à texture multicouche tissée



On constate que l'endommagement se développe principalement dans la partie centrale de l'éprouvette comprise entre les deux entailles (Fig. 4) et la zone où l'endommagement atteint son maximum correspond bien à la zone de rupture observée expérimentalement (Fig. 5).

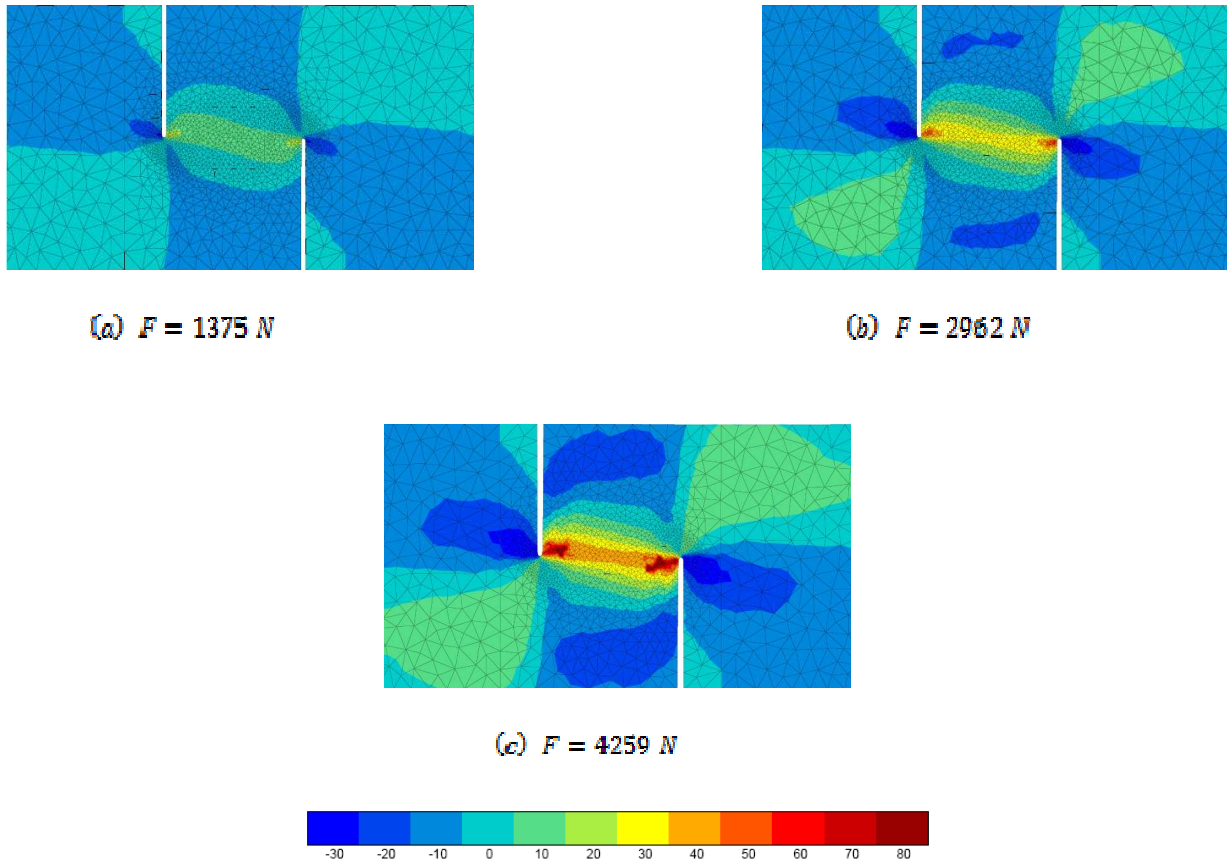


Fig. 4. Evolution des contraintes de cisaillement  $\sigma_{12}$  (en MPa) dans la zone centrale de l'éprouvette à deux entailles décalées à  $0^\circ$  pour le matériau  $C_f/SiC$  à texture multicouche tissée

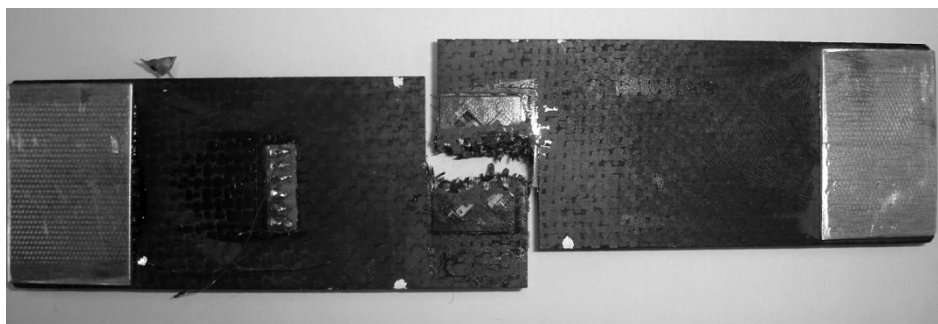


Fig. 5. Faciès de rupture de l'éprouvette à deux entailles décalées à  $0^\circ$  pour le matériau  $C_f/SiC$  à texture multicouche tissée

## 6. Conclusion

Les travaux effectués dans cette étude ont permis de développer un modèle de comportement macroscopique destiné aux composites à matrice céramique. Une première application à un matériau 2,5D C<sub>f</sub>/SiC à texture multicouche tissée a permis de confirmer la pertinence du modèle de comportement.

## Références

- [1] G. Camus, L. Guillaumat, S. Baste, « Development of damage in a 2D woven C/SiC composite under mechanical loading : I. mechanical characterization », *Composite Science and Technology*, 56, pp. 1363-1372, 1996.
- [2] G. Couégnat, « Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé ». *Thèse de doctorat*, Université de Bordeaux 1, 2008.
- [3] G. Camus, « Modelling of the mechanical behavior and damage processes of fibrous ceramic matrix composites: application to a 2D-SiC/SiC ». *Int. J. Solids Struct.*, 37 (6), pp. 919-942, 2000.
- [4] J. Lemaitre, J.-L. Chaboche, A. Benallal, R. Desmorat, « *Mécanique des Matériaux Solides* », 3<sup>ème</sup> édition, Ed. Dunot, 2008.
- [5] G. Couégnat, « Identification numérique et expérimentale d'un modèle de comportement appliqué à un matériau composite à matrice céramique ». *Rapport de Travail de Fin d'Etudes*, Juin 2004.
- [6] C. Dupin, « Modélisation numérique du comportement mécanique des CMC ». *Rapport de Projet de Fin d'Etude*, ENSEIRB-MATMECA, 2010.